

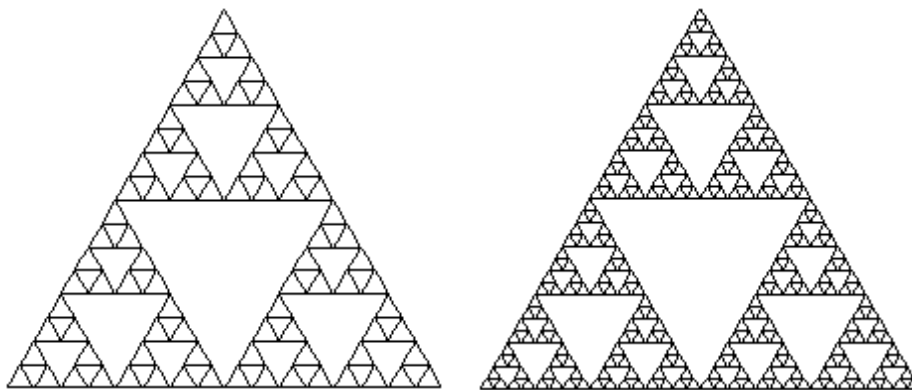
Nonostante i grandiosi progressi fatti, oggi, scoprire le leggi fondamentali e comprendere "in principio" la struttura del mondo, non è più sufficiente. Sempre più importante diventa investigare le molteplici forme attraverso le quali si manifestano tali principi. Bisogna stare attenti a non confondere la causa con l'effetto: non è la natura che si deve adeguare alle leggi create dall'uomo per prevedere i probabili eventi; sono invece le leggi che devono diventare sempre più accurate nella descrizione di ogni tipo di fenomeno. Newton ha creato un Universo parallelo a quello reale, un universo nel quale un corpo con una certa velocità iniziale, sul quale non agiscono forze, la mantiene fino alla fine del tempo (anche esso infinito). Nulla di tutto ciò corrisponde alla realtà. Ogni corpo cambierà velocità e il tempo stesso ha avuto un inizio (e forse avrà anche una fine, se la materia dell'Universo dovesse superare un limite critico). In questo universo reale sono presenti infiniti elementi "perturbatori", il che lo rende fundamentalmente diverso dall'universo newtoniano. Basti pensare al problema della determinazione del moto di tre corpi fra i quali vi siano forze di tipo gravitazionale, di formulazione semplicissima, eppure irrisolvibile: le equazioni che lo caratterizzano, tecnicamente, non sono integrabili (possono solo essere risolte con il metodo delle successive approssimazioni di Newton, che genera esso stesso un frattale), e quindi un minimo errore nella determinazione delle condizioni iniziali, può, alla lunga, determinare un errore non trascurabile: è quindi necessario aggiungere dati sperimentali dopo un intervallo di tempo, per limitare le imprecisioni.

Questa tendenza alla complessità, può essere bene esemplificata appunto dai frattali, figure geometriche complesse e caotiche determinate per approssimazione di una funzione ricorsiva: noi non potremo mai sapere come sia la figura finale che ha le proprietà di una frattale, ma dovremo sempre limitarci ad un'approssimazione, che può essere indicativa ma non è il frattale. È lo stesso problema che si verifica nei sistemi cosiddetti "non lineari": non è possibile determinare la situazione finale date solo le condizioni di partenza, ma bisogna continuamente aggiungere dati sperimentali. Queste problematiche hanno dato l'avvio allo studio del "caos deterministico", cioè di situazioni di disordine ottenute però da processi matematico-fisici deterministici. Gli studi a proposito sono ancora in grande sviluppo e i frattali si inseriscono prepotentemente in questa nuova branca della matematica. Noi non possiamo sapere come sarà la configurazione finale del sistema a infinite iterazioni, ma sapremmo benissimo come calcolarla; è una situazione simile a quella del fisico classico che conosce perfettamente come si muove un corpo, anche considerando attriti, campi elettromagnetici dell'ambiente e del corpo stesso e tutti gli altri possibili elementi perturbatori, ma non sa il vero valore di p . Probabilmente i suoi calcoli saranno accurati a sufficienza per ogni tipo di applicazione pratica possibile e immaginabile, ma non potrebbe prevedere deterministicamente la situazione del sistema dopo un tempo infinito.

Tuttavia con lo sviluppo continuo ed esponenziale della capacità di calcolo, si possono creare figure che hanno la stessa valenza matematica per la rappresentazione del frattale vero e proprio (quello che ha, cioè, significato matematico e che gode di alcune proprietà) della valenza di un segno su un foglio per la rappresentazione della retta. Il computer si sostituisce quindi alla matita, non alla mente del matematico, che è l'unico mezzo in grado di fare della matematica. Infatti i frattali erano già stati studiati per le loro proprietà topologiche da Julia negli anni '20, ma non erano mai stati visualizzati graficamente, né si sapeva come potesse essere la forma del "bacino di attrazione" di una funzione che veniva continuamente iterata con se stessa. Tutto quello che è mancato a Julia è stata la capacità di calcolo che ha invece avuto B. B. Mandelbrot negli anni '80 al centro "T. J. Watson" della IBM. E certamente questo, cioè riuscire a visualizzare questi strani oggetti matematici e associarli a forme presenti in Natura, ha determinato il successo di Mandelbrot; questa associazione sembra quasi svelare un progetto segreto che un'entità superiore abbia realizzato per via matematica creando la Natura. Per questo negli anni '80 ("The fractal geometry of Nature" è del 1982) si è cercato di trovare in tutto un frattale. Si è sviluppata quindi una branca della geometria frattale che studia i cosiddetti frattali biomorfi, cioè simili ad oggetti presenti in natura. I risultati a volte sono stati stupefacenti, infatti uno dei frattali biomorfi più riusciti è la foglia di felce i cui dettagli, detti autosimili, riproducono sempre la stessa figura. Tuttavia, per esempio, in un albero, la

foglia è strutturalmente diversa dal tronco e dai rami quindi i frattali possono essere usati come analogie. Ci si potrebbe chiedere se tutto ciò sia scientificamente valido, e, considerando gli sviluppi nella direzione della complessità, io direi di sì, perché ormai le ultime frontiere della scienza non sono più comprensibili, ma vanno espresse attraverso "metafore" e "analogie". La Scienza ha ormai bisogno di un nuovo linguaggio, adatto ad esprimere l'incomprensibile per la mente umana. Non viviamo più nell'universo liscio di Newton, ma nell'Universo delle iperconnessioni, della pluridimensionalità e della relatività, che lo rendono piegato e rugoso come un straccio. Forse non è facile accettare una situazione come questa dopo tre secoli nei quali l'universo ci è parso liscio e sicuro, illuminato dalla rassicurante presenza di Isaac Newton. I frattali sono figure geometriche caratterizzate dal ripetersi sino all'infinito di uno stesso motivo su scala sempre più ridotta. Questa è la definizione più intuitiva che si possa dare di figure che in natura si presentano con una frequenza impressionante ma che non hanno ancora una definizione matematica precisa: l'atteggiamento corrente è quello di considerare frattale un insieme F che abbia proprietà di autosimilarità, cioè F è unione di un numero di parti che, ingrandite di un certo fattore, riproducono tutto F ; in altri termini F è unione di copie di se stesso a scale differenti.

La definizione più semplice e intuitiva lo descrive come una figura geometrica in cui un motivo identico si ripete su scala continuamente ridotta. Questo significa che ingrandendo la figura si otterranno forme ricorrenti e ad ogni ingrandimento essa rivelerà nuovi dettagli. Contrariamente a qualsiasi altra figura geometrica un frattale invece di perdere dettaglio quando è ingrandito, si arricchisce di nuovi particolari.



Il termine frattale fu coniato da Mandelbrot e ha origine nel termine latino *fractus*, poichè la dimensione di un frattale non è intera.

Ecco la dimensione del frattale più classico e studiato: l'insieme di Cantor.



Questo insieme è costituito dai punti che "rimangono" sul segmento $[0, 1]$ dopo che da questo è stato asportato (prima iterazione, $p = 1$) il terzo centrale $(1/3, 2/3)$, e da ognuno dei due segmenti risultanti $[0, 1/3]$ e $[2/3, 1]$ è stato asportato il terzo centrale, esclusi gli estremi, e così via per infinite iterazioni. Evidentemente per $p \in \mathbb{N}$ l'insieme C è costituito dagli estremi dei segmenti che si formano ad ogni iterazione, quindi è costituito da infiniti punti. La lunghezza dei segmenti asportati, dopo la p -esima iterazione, è data dall'espressione

$$L(C) = 1/3 + 2 \cdot 1/3^2 + 2^2 \cdot 1/3^3 + \dots = 1/3 \sum_{k=0}^{\infty} (2/3)^k$$

che è ovviamente uguale a 1 per ...

Si dimostra così che la lunghezza complessiva dell'insieme di Cantor è zero, e altresì che è costituito da infiniti punti. Quindi la definizione classica di dimensione è assolutamente inefficace.

Nel 1941, cioè prima che fosse data la definizione di Kolmogorov (1958), Courant e Robbins, forse non abituati né pronti all'idea di dimensione non intera, scrissero che la dimensione di C era zero. Evidentemente essi calcolarono solo la D_t , senza rendersi conto che questa è un dato sterile, che non permette di operare con questi insoliti oggetti matematici.

Oggi calcoliamo invece $D_f(C)$ prendendo inizialmente un segmento unitario, che, essendo della stessa lunghezza del segmento di partenza, lo copre al meglio; dopo la $p = 1$, i due segmenti rimanenti sono "misurati" da $N(h) = 2$ segmenti di $h = 1/3$; in generale, dopo p iterazioni, $N(h) = 2^p$ e $h = 3^{-p}$. Da questo si ricava che

$$D_f(C) = \ln 2^p / \ln 1/3^{-p} = \ln 2 / \ln 3 \approx 0,6309...$$

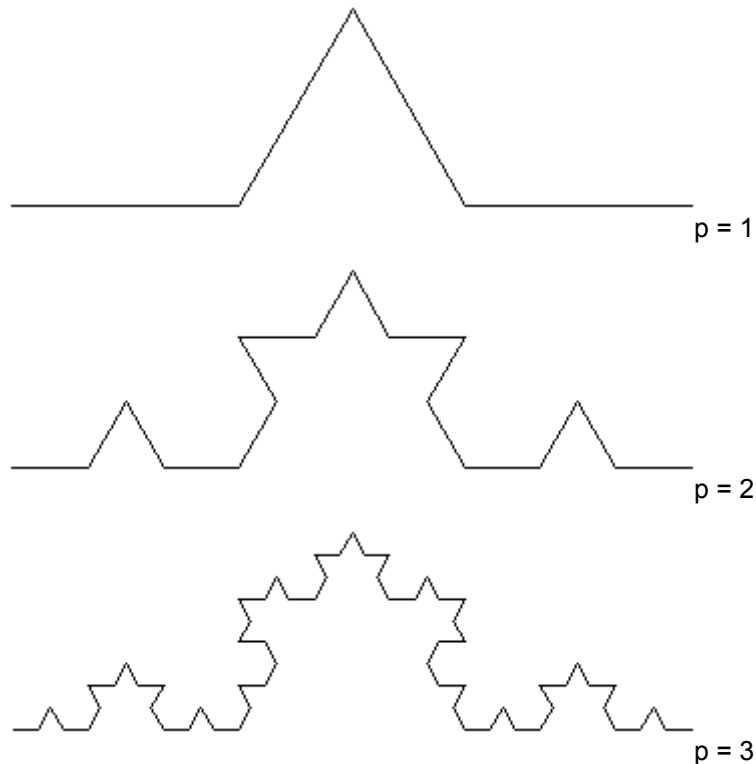
Il fatto che la dimensione di C sia $0 < D_f(C) < 1$, fa immediatamente capire come l'insieme C non contenga segmenti continui, ma sia costituito da infiniti punti, che sono tutti di accumulazione per C stesso, infatti in ogni intorno $U(x \in C, \epsilon)$ esistono infiniti punti derivanti dalle iterazioni successive, e quindi C è un insieme perfetto perché non ci sono punti di accumulazione di C che non appartengano a C stesso (tutti gli estremi dei segmenti appartengono a C).

E' interessante osservare che questi infiniti punti hanno la potenza del continuo! Infatti a ogni numero $x \in [0, 1]$, si può associare la rappresentazione ternaria della misura della distanza dallo zero, e si può scrivere nella forma: $x = 0, a_1 a_2 \dots a_n$, dove $a_i = 0$ oppure 1 oppure 2 . Tale rappresentazione non è unica: per esempio $1/3 = 0,1(0)$ ma anche $1/3 = 0,0(2)$; in simili casi decidiamo di scegliere la rappresentazione che contiene meno cifre "1"; in tal modo, ogni numero è rappresentato in modo univoco. Si può dimostrare che x appartiene all'insieme di Cantor se e solo se la sua rappresentazione (in base 3) non contiene la cifra 1.



Si osservi ora che le rappresentazioni composte con le cifre 0 e 2 sono tante quante quelle composte con le cifre 0 e 1 e di queste ultime ve ne è una infinità continua (cioè con la potenza del continuo), poiché ogni numero dell'intervallo $[0, 1]$ si può rappresentare con una tale successione usando il sistema binario. In conclusione i punti di Cantor sono un'infinità continua.

Altri frattali vengono creati da computer attraverso l'uso di basi numeriche non decimali. Consideriamo per esempio la curva di Von Koch, nata come esempio di curva priva di tangente in alcun punto.



Per questa curva $D_f(K) = \ln 4 / \ln 3$, mentre la sua lunghezza è evidentemente $(4/3)^p$, cioè infinita: per disegnare perfettamente questa curva, anche supponendo di poterlo fare alla velocità della luce, sarebbe necessario un tempo infinito. Se prendiamo due punti appartenenti a K , con distanza euclidea e comunque piccola, la lunghezza della curva che porta dal primo al secondo (e viceversa) è infinita. Inoltre, se costruiamo una curva di Koch su ogni lato di un triangolo equilatero, la lunghezza del perimetro della figura così ottenuta sarebbe infinita come già visto, mentre la sua area, posta l'area iniziale del triangolo $A_i = a$,

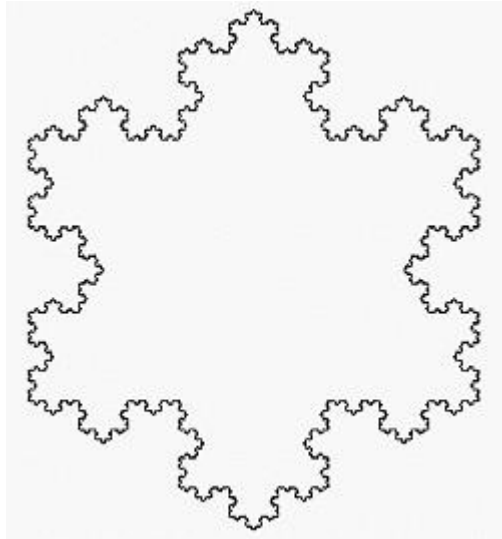
$$A_f = a + \sum_{p=1}^{\infty} 3 \cdot 4^{p-1} \cdot (a/9^p) = a + (3/4)a \cdot \sum_{p=1}^{\infty} (4/9)^p = (8/5) a$$

Ora abbandoniamo i frattali "semplici", generati cioè da successive trasformazioni geometriche e consideriamo invece frattali F costituiti dai punti che soddisfano una funzione complessa \hat{A}^2 (anche se, teoricamente, non c'è un limite alla dimensione topologica di un frattale, per comodità di rappresentazione noi studieremo solo frattali Julia e Mandelbrot, che si rappresentano nel piano di Argand-Gauss, facendo quindi uso della matematica complessa) del tipo $Z = f(z)$, dove $z_p = Z_{p-1}$, cioè una funzione nella quale per ogni iterazione, z assume il valore di Z ottenuto nell'iterazione precedente.

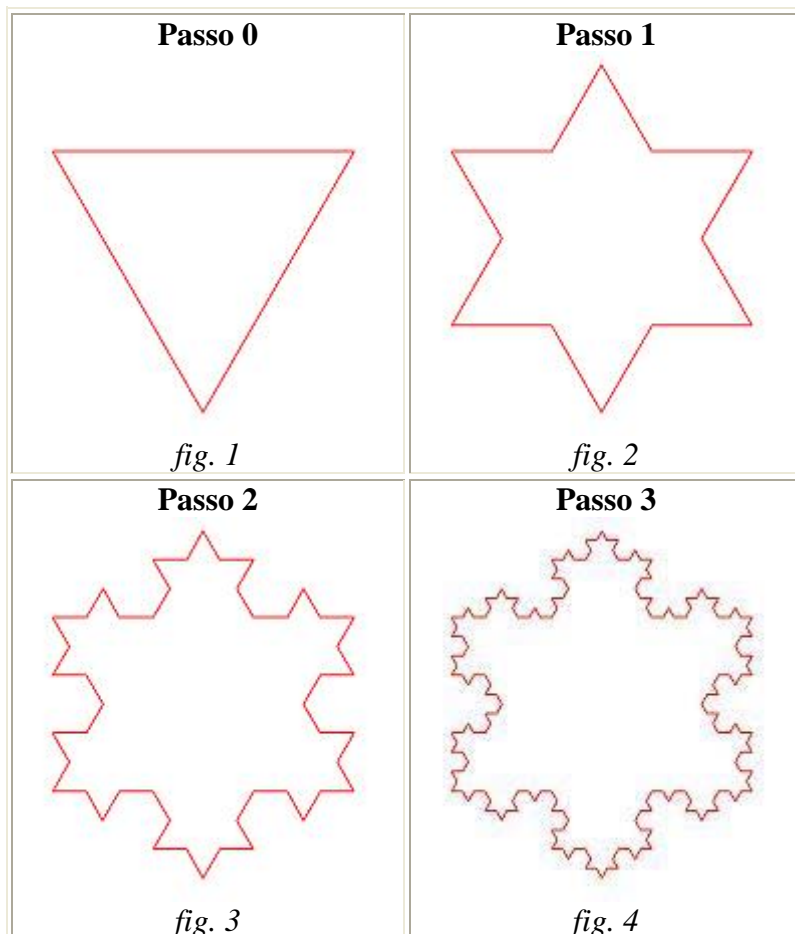
Un buon metodo molto pratico per i frattali basato sulla casualità è pensare al fatto che i frattali sono formati da un numero infinito di punti e che si può rappresentare solo una frazione di essi, un'illusione della loro completezza. Analizzando ad esempio l'albero di Pitagora scopriamo che sono stati rappresentati solo i primi 12 passaggi. Introducendo una certa casualità nella costruzione si potrebbe stabilire di lasciare al caso la decisione di creare una spirale verso sinistra o verso destra a seconda della disposizione dei lati dei triangoli rettangoli. Questa introduzione di piccoli disturbi nella costruzione di frattali rende questi ultimi più simili a oggetti naturali come alberi, piante, coralli e spugne.

Si è sviluppata quindi una branca della geometria frattale che studia i cosiddetti frattali biomorfi, cioè simili ad oggetti presenti in natura. I risultati a volte sono stati stupefacenti. Uno dei frattali biomorfi più riusciti è la foglia di felce i cui dettagli, detti autosimili, riproducono sempre la stessa figura.

Il fiocco di neve di Koch è una particolare curva frattale costruita dal matematico Koch a partire dal cosiddetto merletto di Koch. Si tratta di una curva costruita sui lati di un triangolo equilatero. Su ciascuno dei lati del triangolo viene costruito il merletto di Koch.



Nella tabella successiva i primi passi della costruzione della curva. Per ottenere il frattale basta incollare tre copie della curva lungo i lati del triangolo. Si osservi che la seconda figura è una stella di David (stella a sei punte).



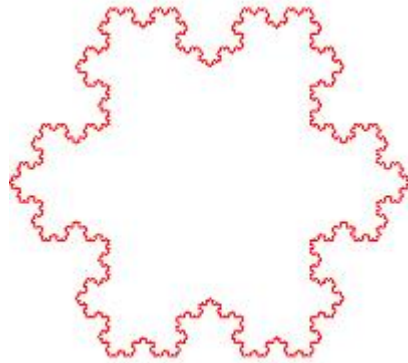
La curva ha la stessa dimensione frattale del Merletto di Koch ovvero è pari a:

$$D = \log 4 / \log 3 = 1,262 .$$

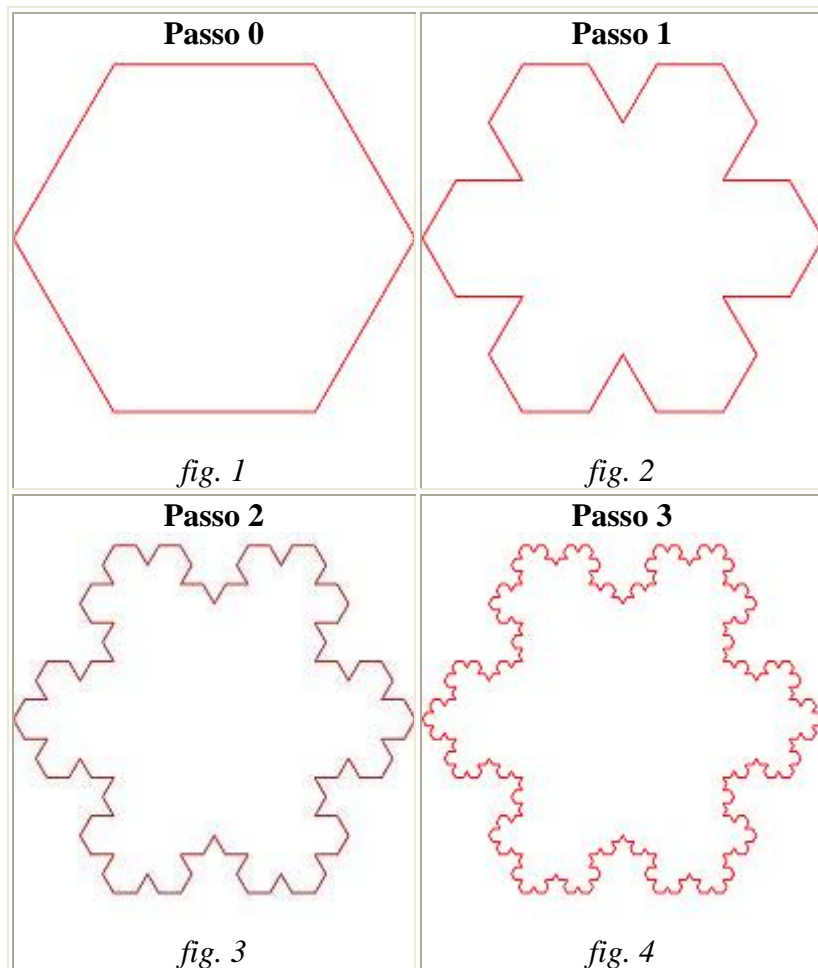
Esiste un altro modo per costruire il Fiocco di Neve. La costruzione vista sopra può essere definita come una costruzione per addizione, in quanto alla figura di partenza, il triangolo, si aggiungono altri elementi. Esiste

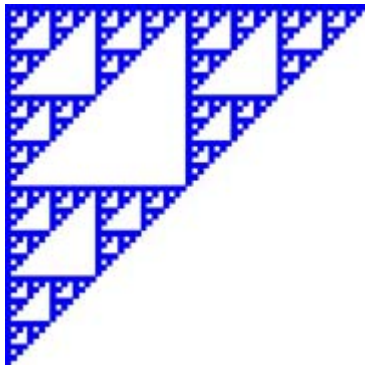
una costruzione per sottrazione che invece alla figura di partenza (un esagono regolare) toglie degli elementi.

L'unica differenza è che il frattale finale è ruotato di 60° .



Vediamo questa seconda costruzione. Stavolta il merletto di Koch viene costruito sui lati dell'esagono.



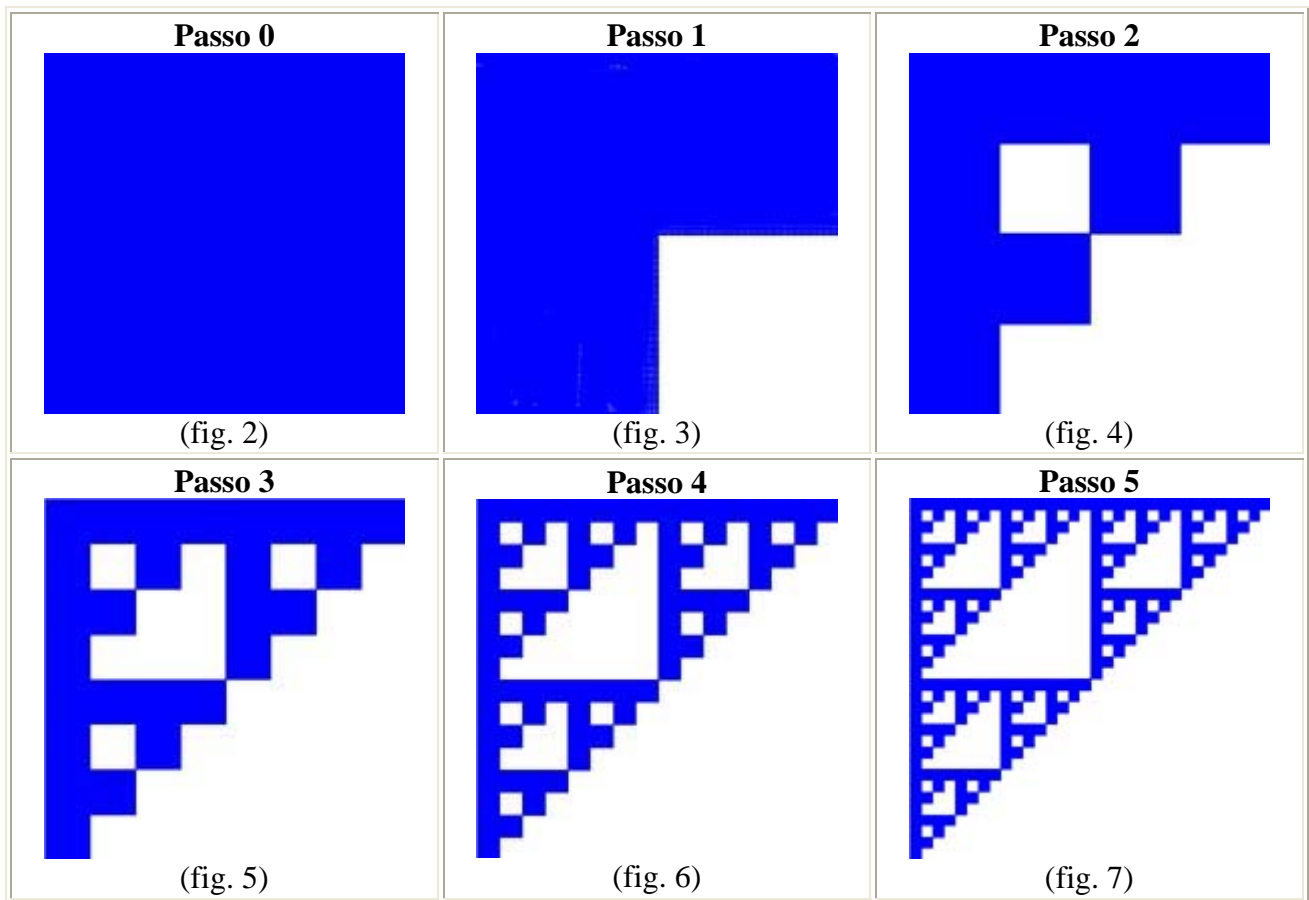


Fra i primi frattali studiati, un posto d'onore occupa il cosiddetto **triangolo di Sierpinski** (o Gerla di Sierpinski), dal nome del matematico che per primo ne ha studiato le proprietà. Si tratta di un frattale molto semplice da ottenere anche per via geometrica elementare.

Da un punto di vista strettamente geometrico viene generato con una serie di rimozioni. Si inizia con un quadrato pieno (fig. 2) da cui si rimuove un quadratino di lato pari alla metà del quadrato iniziale, in modo da ottenere la figura 3, formata da tre quadrati. Da ciascuno di questi quadrati si elimina il quadratino in basso a destra e si ottiene una figura formata da nove quadratini (fig. 4). In questo modo si continua ogni volta fino ad arrivare al risultato finale.

Nelle figure seguenti possiamo osservare i primi 6 passi necessari per ottenere il frattale.

(fig. 1)



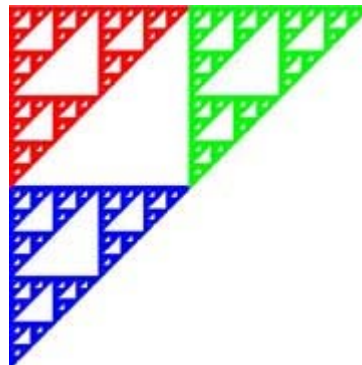
Se volessimo animare la sequenza otterremo il seguente risultato:

Per ottenere il triangolo di Sierpinski usando le affinità basta usare le seguenti tre trasformazioni:

$$T_1: \begin{cases} X = \frac{1}{2}x \\ Y = \frac{1}{2}y \end{cases}; T_2: \begin{cases} X = \frac{1}{2}x \\ Y = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} \end{cases}; T_3: \begin{cases} X = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ Y = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} \end{cases}$$

L'origine del sistema di riferimento è posto nel vertice in basso a sinistra del quadrato di partenza. Nota che è T_1 un'omotetia di ragione $1/2$, T_2 è un'omotetia di ragione $1/2$ composta con una traslazione secondo il vettore $(0, 1/2)$, T_3 è un'omotetia di ragione $1/2$ composta con una traslazione secondo il vettore $(1/2, 1/2)$.

Infine nella fig. 8 è evidente l'autosimilarità: la figura si può dividere in tre parti tutte e tre simili all'intero frattale. Nota che la trasformazione T_1 genera la parte in blu, la T_2 la parte in rosso e T_3 quella in verde.



(fig. 8)

ATTRATTORI STRANI FRATTALI

Un attrattore è un insieme verso il quale evolve un sistema dinamico dopo un tempo sufficientemente lungo. Perché tale insieme possa essere definito attrattore, le traiettorie che arrivano ad essere sufficientemente vicine ad esso devono rimanere vicine anche se leggermente perturbate. Dal punto di vista geometrico un attrattore può essere un punto, una curva, o anche un insieme più complicato dotato di struttura frattale e noto con il nome di attrattore strano. La descrizione degli attrattori dei sistemi dinamici caotici è stata uno dei successi della teoria del caos. Una traiettoria di un sistema dinamico su un attrattore non deve soddisfare nessuna proprietà particolare, escludendo il fatto che deve rimanere sull'attrattore. Le traiettorie possono essere periodiche, caotiche o di qualunque altro tipo.

Un attrattore viene informalmente definito come strano se ha dimensione non intera (o "frattale") oppure se la dinamica sull'attrattore è caotica. Il termine è stato coniato da David Ruelle and Floris Takens per descrivere l'attrattore che risulta da una serie di biforcazioni di un sistema che descrive il flusso di un fluido. Gli attrattori strani sono spesso differenziabili in poche direzioni e sono omeomorfi a polvere di Cantor in altre direzioni (e perciò non sono differenziabili).

L'attrattore di Lorenz fu il primo esempio di sistema di equazioni differenziali a bassa dimensionalità in grado di generare un comportamento complesso. Venne scoperto da Edward N. Lorenz, del Massachusetts Institute of Technology, nel 1963.

Semplificando le equazioni del moto alle derivate parziali che descrivono il movimento termico di convezione di un fluido, Lorenz ottenne un sistema di tre equazioni differenziali del primo ordine

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = -xz + rx - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$

Sebbene le equazioni, a causa del forte troncamento, descrivano bene il fenomeno di convezione solo per $r \approx 1$, esse vengono utilizzate come modello a bassa dimensione per un comportamento caotico, portando il parametro r dell'equazione completamente fuori dall'appropriato regime fisico. Oggetti geometrici di questo tipo, rappresentativi del moto di un sistema caotico, vengono appunto detti attrattori strani.

Michel Hénon, astronomo all'Osservatorio di Nizza, costruì uno degli attrattori strani più interessanti. Egli osservò infatti che per determinati valori di energia le intersezioni tra le orbite degli oggetti celesti ed un piano immaginario davano luogo ad una forma geometrica abbastanza regolare, mentre per energie più elevate, tali orbite erano caotiche. Studiò allora un modello geometrico che fosse dato da semplici trasformazioni topologiche come stiramenti e contrazioni.

La coppia di formule che trovò, fu la seguente:

$$\begin{cases} x_{t+1} = y_t + 1 - 1,4x_t^2 \\ y_{t+1} = 0,3x_t \end{cases}$$

La figura risultante assomigliava ad una specie di banana costituita da più linee. La caratteristica più sorprendente tuttavia era rappresentata dal fatto che quelle linee che apparivano uniche, se ingrandite, erano in realtà costituite da due linee distinte, che a loro volta, ad ingrandimenti maggiori, diventavano quattro, otto, ... Anche in questo caso dunque, come con l'attrattore di Lorenz, infinite linee distinte l'una dall'altra giacciono in uno spazio ben confinato. Mentre però con quello di Lorenz venivano utilizzate equazioni differenziali, dunque con differenze continue, le equazioni dell'attrattore di Hénon hanno differenze finite, variazioni discrete nel tempo.

L'UNIVERSO FRATTALE

Per comprendere la ricchezza degli oggetti frattali, è utile considerarne la quantità di massa contenuta in un volume dato - in funzione della dimensione del volume. La massa dei solidi pieni cresce con il cubo della dimensione lineare: il cubo di lato L ha volume $V = L^3$ (e ha massa proporzionale). La sfera di raggio R ha volume $V = 4 \pi R^3/3$ (e ha massa proporzionale). Invece la massa dei frattali solidi che includono molti vuoti, cresce al crescere della dimensione lineare ed è proporzionale a una potenza D , minore di 3, detta "dimensione frattale". Ad esempio cresce solo con il quadrato. In questo caso, la dimensione frattale D è uguale a 2. La densità di materia in un cubo frattale di lato L con $D = 2$ è $d = L^2/L^3 = 1/L$. Quanto più grande è il cubo, tanto maggiore è L e tanto minore la densità di materia (rapporto massa/volume) che tende a zero. Nel caso della spugna di Menger [v. Approfondimento 2] l'esponente D (dimensione frattale) vale circa 2.7, dunque la densità decresce più lentamente che nel caso in cui $D = 2$.

La scoperta di Pietronero (possibile dopo la costruzione di grandi e completi cataloghi e mappe di galassie) è che anche le immani strutture cosmiche sono frattali - simili a quelle degli oggetti terrestri citati: tentacoli, ramificazioni vegetali, arteriose, nervose. Per capire la struttura del cosmo dovremmo costruirne mappe in

3D.. E' arduo perchè vediamo lo spazio solo dal punto di vista della Terra o di sonde che se ne discostano poco (meno di una unità astronomica (*)).

Gli angoli li misuriamo abbastanza bene. Misurare le distanze è molto più arduo. Quindi gli astrofisici non possono certo riuscire a vedere strutture frattali come quelle bellissime descritte sopra e illustrate nella figura. Possono, però, ricostruire mappe tridimensionali e da queste determinarne le caratteristiche statistiche.

Un principio cosmologico fondamentale afferma che "le galassie sono distribuite in modo uniforme e isotropo (si vedono in ugual quantità in qualunque direzione si guardi)". Questo principio è un'estensione della visione copernicana: non è la Terra il centro dell'universo e ogni punto, occupato da una galassia o no, è equivalente a ogni altro. Dunque l'universo era visto come omogeneo e isotropo (cioè con proprietà identiche in ogni direzione).

Invece ora Pietronero ha determinato in base a considerazioni di fisica statistica, che la densità delle strutture costitutive di galassie e loro ammassi è autosimile: ha densità tanto minore quanto più grande è il volume considerato. In questo caso vale un principio cosmologico più debole: è, comunque, assicurata l'equivalenza statistica di tutti i punti occupati.. Dunque la struttura del cosmo ha andamento frattale e valgono i semplici calcoli della densità che abbiamo fatto sopra. La densità d della materia decresce al crescere della scala S secondo una legge "di potenza". [Questa è del tipo $d = K S^{-b}$ dove K e b sono costanti positive]. La legge è formalmente simile alla relazione trovata dall'economista V. Pareto per descrivere la distribuzione del reddito in un Paese (d è il numero di cittadini che ha reddito maggiore di S). Un singolo riccone ha entrate molto maggiori del numero 2 e, quindi, il reddito decresce in modo graduale, ma tende a zero (all'infinito) molto più lentamente di quanto avverrebbe se l'andamento fosse esponenziale. Delle distribuzioni di questo tipo non si può definire un valore caratteristico (di ogni campione si può definire la media, che dipende dalle dimensioni del campione e decresce all'aumentare di esse). Queste distribuzioni si chiamano "prive di scala". La stessa legge è seguita dal numero di connessioni (link) di ciascun sito Web nella rete costituita da Internet, come osservato da A.L. Barabasi.

Pietronero e l'astrofisico Francesco Sylos-Labini hanno rilevato questo andamento per distanze da noi che vanno da 0,1 fino a 100 milioni di parsec (Mpc). Se la materia fosse distribuita uniformemente nel cosmo, la densità sarebbe la stessa ovunque. Pietronero e Sylos-Labini sostengono invece che forse l'omogeneità del cosmo potrebbe verificarsi a distanze maggiori di 100 Mpc.

Le mappe rilevate negli ultimi decenni delle galassie e dei loro ammassi consentono di valutare sempre meglio la densità della materia presente nel cosmo. La materia luminosa (fatta di stelle) che vediamo è solo una piccola percentuale (circa 1/10) della materia totale. I 9/10 sono materia oscura, che non vediamo, ma che si calcola sfruttando il teorema viriale e le lenti gravitazionali.

Non sappiamo da che cosa sia costituita la materia oscura. Sembra escluso che consista di neutroni e protoni. Taluno suppone che la materia oscura sia costituita da neutrini. Sono particelle prive di carica e aventi una massa (2,5 eV) circa 10 milioni di volte minore di protoni e neutroni - ma sono tanti che potrebbero costituire una massa totale molto maggiore di quella costituita da protoni e neutroni. Si è anche arguita l'esistenza di axioni (con massa minima di 10-5 eV) e di neutralini pesanti oltre il doppio di un neutrone. Queste particelle non sono mai state osservate - ma anche l'esistenza dei neutrini, prima che fossero osservati, fu calcolata da E. Fermi e considerata necessaria perchè non fosse violato il principio delle conservazione dell'energia nel processo di decadimento di un neutrone a un protone più un elettrone.

Le proprietà della materia oscura sono misteriose. Alcuni astrofisici hanno immaginato che una parte di essa possa produrre una forza di gravità negativa che causa la repulsione mutua delle masse ed è responsabile dell'accelerata espansione dell'universo. Qui stentiamo a capire (ma lo ammettono anche gli esperti!). Il vuoto cosmico avrebbe una massa gravitazionale negativa (opposta all'attrazione di gravità).

Perché la notte è buia?

La visione del cosmo come una grande struttura frattale rappresenta, dunque, una rivoluzione più profonda di quella Copernicana. Gli scienziati si avvicinano a capire l'universo come se potessero vederlo da fuori in 3 dimensioni.

Questi progressi ci aiutano anche a rispondere a quesiti apparentemente elementari, come "Perché la notte è buio?" La domanda non è banale: anche se il sole sta dall'altra parte della Terra, secondo la visione di un cosmo infinito e uniforme, in qualunque direzione guardiamo dovremmo incontrare altre stelle - anche se sono molto lontane, tutte insieme dovrebbero costituire una cortina luminosa splendente. Perché, allora non è sempre giorno?

Una prima risposta è che la luce delle stelle lontane è intercettata da polvere interstellare. In effetti questa è presente nel piano della nostra galassia, la Via Lattea, e impedisce di vedere altre galassie, invece numerosissime fuori da questo piano. Ora si calcola (vedi sopra e vedi Approfondimento 4) che la maggior parte della materia presente nel cosmo è oscura e anche questa copre le stelle lontane.

Altra spiegazione è che arriva a noi solo la luce che proviene da distanze inferiori a 15 miliardi di anni luce (5 Gpc). Infatti si ritiene che sia questa l'età del cosmo: le stelle più lontane non possono farci arrivare la loro luce perché non esistevano.

Ora il concetto che il cosmo abbia struttura frattale indica che la densità decresce con la distanza e, quindi, non ci arriva luce da vaste zone vuote.